

Das Aufzählungsproblem $\#SAT$ für k -außenplanare Formeln

Von Tatjana Schmidt in Zusammenarbeit mit Stefan Porschen und Ewald Speckenmeyer

09. September 2008

Institut für Informatik
Universität zu Köln
50969 Köln, Germany
schmidt@informatik.uni-koeln.de

Wir werden in diesem Vortrag das Aufzählungsproblem $\#SAT$ für k -außenplanare Formeln untersuchen, welches im Allgemeinen $\#P$ -vollständig ist.

Unter dem Aufzählungsproblem $\#SAT$ verstehen wir das Problem, die Anzahl aller möglichen erfüllenden Belegungen einer Formel in konjunktiver Normalform zu bestimmen. Eine Formel in konjunktiver Normalform heißt k -außenplanar, wenn deren zugehörige Variablen-Klauseln Graph eine k -außenplanare Einbettung besitzt.

Dabei definieren wir den zu einer CNF-Formel F mit Variablenmenge $V(F) = \{v_1, \dots, v_n\}$ und Klauselmengemenge $C(F) = \{c_1, \dots, c_m\}$ gehörigen *Variablen-Klauseln Graph* G_F folgendermaßen: Die Knotenmenge von G_F ist $V(G_F) = C(F) \cup V(F)$. Die Kantenmenge von G_F ist $E(G_F) = \{\{c_i, v_j\} \mid v_j \in c_i \vee \bar{v}_j \in c_i\}$.

Wir werden einen Algorithmus vorstellen, welcher für eine 1-außenplanare Formel, deren Variablen-Klauseln Graph entweder kreisfrei oder aus paarweise disjunkten sehnensfreien Kreisen besteht, das Aufzählungsproblem in linearer Zeit löst. Ferner werden wir zeigen, daß die maximale Anzahl aller erfüllenden Belegungen einer CNF-Formel mit n Variablen, deren Variablen-Klauseln Graph ein Pfad ist, die $(n+1)$ -te Fibonacci-Zahl ist.

Wir zeigen, daß für jede 1-außenplanare Formel, deren Variablen-Klauseln Graph nicht kreisfrei zu sein braucht, das Aufzählungsproblem mit Hilfe des Separator-Theorems von R.J. Lipton & R.E. Tarjan in $O(n^{5,13})$ gelöst werden kann, wobei n die Anzahl der Variablen ist.

Allgemein werden wir mit Hilfe des Separator-Theorems zeigen, daß das Aufzählungsproblem für k -außenplanare Formeln, $k > 1$, in der Zeit $O(n^{1,7(2k+1)})$ gelöst werden kann. Für Formeln mit k -zirkular-levelplanaren Graphen werden wir zeigen, daß das Aufzählungsproblem bereits in der Zeit $O(k \cdot 16^k \cdot (\frac{2}{3})^{5,13 \cdot \log_2 k} n^{5,13})$ gelöst werden kann. Damit gehört die Klasse der k -zirkular-levelplanaren Formeln der Klasse FPT (bezüglich des Parameters k) an.

Damit können wir insbesondere das Aufzählungsproblem für die Klasse der von Knuth eingeführten Nested Formeln in der Zeit $O(n^{8,5})$ lösen, da diese in der Klasse der 2-außenplanaren Formeln enthalten sind.